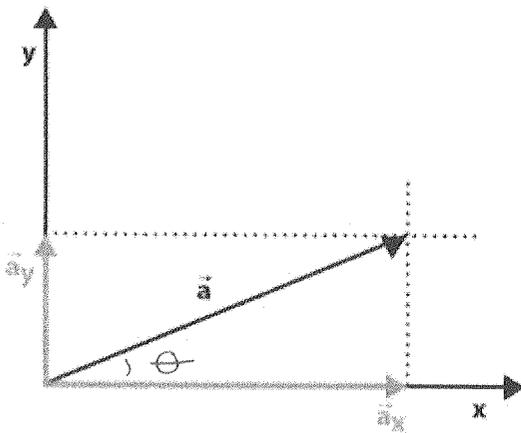


EJERCICIOS RESUELTOS CORRESPONDENTES A LA MATERIA DE FÍSICA I, BLOQUE II (MOVIMIENTO PARABÓLICO Y SEMIPARABÓLICO)

ANTES DE PRESENTARTE ALGUNOS EJERCICIOS RESUELTOS, PARA VER ESTA SECCIÓN DEBES COMPRENDER BIEN EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU, "SUCEDERÁ SIEMPRE EN FORMA HORIZONTAL") Y EL MOVIMIENTO EN CAÍDA LIBRE Y TIRO VERTICAL ASCENDENTE ("SUCEDERÁ SIEMPRE EN FORMA VERTICAL").

PARA ESTUDIAR EL MOVIMIENTO PARABÓLICO Y SEMIPARABÓLICO, EN REALIDAD LA TRAYECTORIA DEL OBJETO CUYA VELOCIDAD LA DESCRIBE UN VECTOR, SE DEBE DESCOMPONER EN DOS COMPONENTES, ES DECIR; UN COMPONENTE SOBRE EL EJE DE LAS "X" (AQUÍ APLICARÁS LO APRENDIDO EN "MRU") Y OTRO COMPONENTE SOBRE EL EJE DE LAS "Y" (AQUÍ APLICARÁS LO APRENDIDO EN MOVIMIENTO EN CAÍDA LIBRE Y TIRO VERTICAL ASCENDENTE).



PARA CONOCER LA MAGNITUD DEL VALOR DE "a", SOBRE EL EJE DE LAS "x" (ES DECIR LA MAGNITUD DE "ax"), DEBEMOS MULTIPLICAR DICHA MAGNITUD "a" POR EL COSENO DEL ANGULO ( $\theta$ ) QUE HAY TAL COMO SE MUESTRA EN EL DIBUJO.

$$a_x = a (\cos \theta)$$

EJEMPLO: si  $a = 10$  y  $\theta = 35^\circ$ , ENTONCES  
 $a_x = (10)(\cos 35^\circ) = 8.1915$

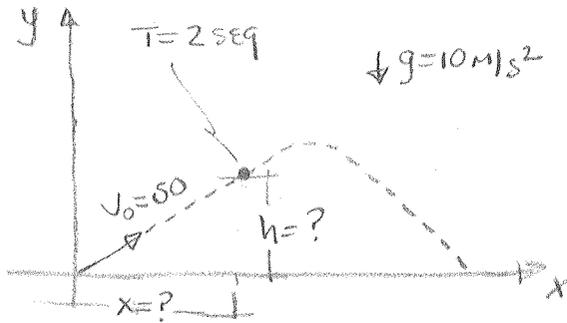
PARA CONOCER LA MAGNITUD DEL VALOR DE "a", SOBRE EL EJE DE LAS "y" (es decir la magnitud de "ay"), DEBEMOS MULTIPLICAR DICHA MAGNITUD "a" POR EL SENO DEL ANGULO ( $\theta$ ) QUE HAY TAL COMO SE MUESTRA EN EL DIBUJO.

$$a_y = a (\sin \theta)$$

EJEMPLO: si  $a = 10$  y  $\theta = 35^\circ$ , ENTONCES  
 $a_y = (10)(\sin 35^\circ) = 5.7357$

1.- Se lanza un objeto con una velocidad de 50 m/s formando un ángulo de  $37^\circ$  con la horizontal. Si consideramos que la aceleración de la gravedad es de  $10 \text{ m/s}^2$ , determinar:

- ¿La altura que alcanza el objeto a los dos segundos del lanzamiento?
- ¿El alcance horizontal que tendrá a los dos segundos del lanzamiento?



MOVIMIENTO HORIZONTAL (MRU)

$$v = \frac{x}{t} \rightarrow x = vt$$

$$v_{0x} = v_0 (\cos 37^\circ)$$

$$v_{0x} = (50)(\cos 37^\circ) = 39.93 \text{ m/s}$$

b)

ALCANCE HORIZONTAL

$$x = vt$$

$$x = v_{0x} (t)$$

$$x = (39.93)(2)$$

$$x = 79.86 \text{ m}$$

MOVIMIENTO VERTICAL (CAÍDA LIBRE y/o TIRO PARA ARRIBA)

$$v_{fy} = v_0 + at \quad v_{fy}^2 = v_{0y}^2 + 2ah \quad h = v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v_{0y} = v_0 (\sin 37^\circ)$$

$$v_{0y} = (50)(\sin 37^\circ) = 30.09 \text{ m/s}$$

a)

ALTURA A LOS 2 SEGUNDOS, USAMOS LA FÓRMULA:

$$h = v_{0y}(t) + \frac{1}{2}at^2$$

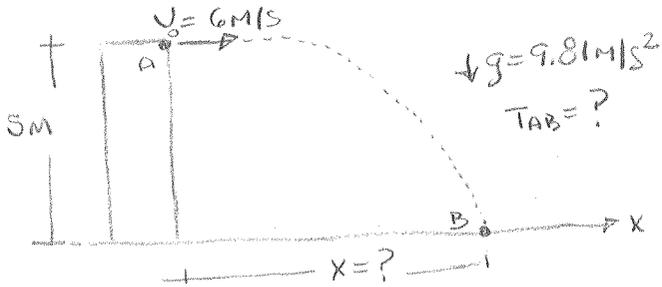
$$h = (30.09)(2) - \frac{1}{2}(10)(2)^2$$

$$h = 40.18 \text{ m}$$



2.- Desde una altura de 5 metros, se lanza una esfera con una velocidad horizontal de  $6 \text{ m/s}$ , calcular:

- a) ¿El tiempo que tarda en llegar al piso?
- b) ¿La distancia horizontal que recorrió?



b) MOVIMIENTO HORIZONTAL

$$x = v T$$

$$x = v_0 x (T)$$

$$x = 6 (1.009)$$

$$x = 6.054 \text{ m} \leftarrow$$

a)

MOVIMIENTO VERTICAL (CAIDA LIBRE)



$$h = v_0 y (T) + \frac{1}{2} g (T)^2$$

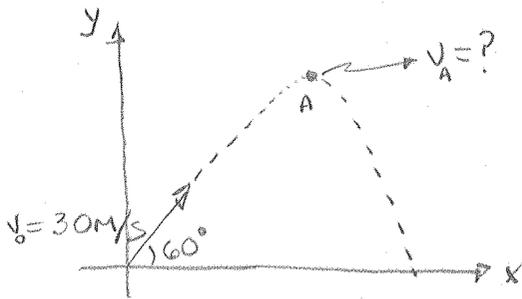
$$5 = 0 + \frac{1}{2} (9.81) (T)^2$$

$$T^2 = \frac{10}{9.81}$$

$$T = \sqrt{1.0193} = 1.009 \text{ s} \leftarrow$$



3.- Un proyectil es lanzado con una velocidad de 30 m/s de manera que forma 60° con la horizontal. Calcular la velocidad del proyectil en su punto mas alto.



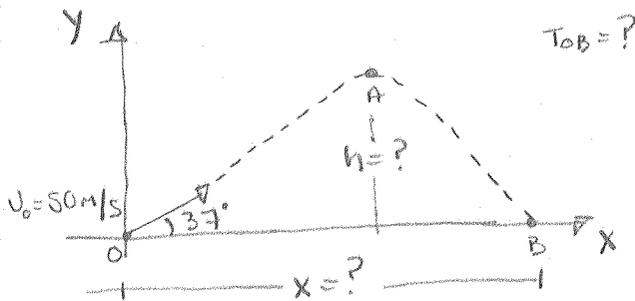
VELOCIDAD INICIAL EN "X",  
 $v_{0x} = v_0 (\cos 60^\circ) = (30) (\cos 60^\circ)$   
 $v_{0x} = 15 \text{ m/s}$

VELOCIDAD INICIAL EN "Y",  
 $v_{0y} = v_0 (\sen 60^\circ) = (30) (\sen 60^\circ)$   
 $v_{0y} = 25.98 \text{ m/s}$

"COMO LA VELOCIDAD EN SU PUNTO MAS ALTO EN "Y" ES CERO, SOLO NOS QUEDA LA VELOCIDAD HORIZONTAL, Y ESTA ES  $v_{Ax} = 15 \text{ m/s}$ "

4.- Si lanzamos desde el piso una piedra con una velocidad de 50 m/s y formando 37° con la horizontal, calcular:

- El tiempo de vuelo
- El alcance horizontal
- La máxima altura alcanzada (considerar que  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



COMPONENTE EN "X" DE LA  $v_0$ .

$$v_{0x} = (v_0) (\cos 37^\circ)$$

$$v_{0x} = (50) (\cos 37^\circ)$$

$$v_{0x} = 39.93 \text{ m/s}$$

Fórmula MRU  $x = vT$

$$x = (v_{0x})(T)$$

$$x = (39.93)(6.18)$$

$$x = 240.29 \text{ m} \leftarrow \text{(inciso b)}$$

COMPONENTE EN "Y" DE LA  $v_0$ .

$$v_{0y} = (v_0) (\sen 37^\circ)$$

$$v_{0y} = (50) (\sen 37^\circ)$$

$$v_{0y} = 30.09 \text{ m/s}$$

→ FÓRMULA  $v_f = v_0 + gT$  (PUNTO MAS ALTO)

$$v_{Ay} = v_{0y} + gT$$

$$0 = (30.09) - (10)(T)$$

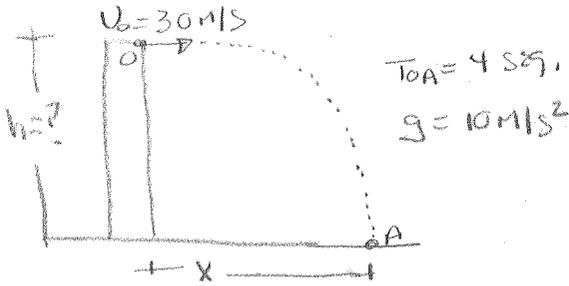
→  $T = 3.009 \text{ s}$  PARA LLEGAR AL PUNTO MAS ALTO, ENTONCES EL TIEMPO DE VUELO FUE DE  $(2 \times 3.009) = 6.18 \text{ s}$  ← (inciso a)

→ FÓRMULA  $h = (v_{0y})(T) + \frac{1}{2}g(T)^2$

$$h = (30.09)(3.009) - \frac{1}{2}(10)(3.009)^2$$

$$h = 45.27 \text{ m} \leftarrow \text{(inciso c)}$$

5.- Desde una torre de altura "h", se dispara horizontalmente un proyectil con una velocidad de 30 m/s y llega a la superficie en 4 segundos. Hallar la altura de la torre "h" y la distancia desde la base de la torre y el punto de impacto. (considerar el valor de la gravedad,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



VELOCIDAD INICIAL EN "y" = 0

Fórmula:  $h = (v_{0y})(t) + \frac{1}{2} a t^2$

$$h = 0 + \frac{1}{2} (10)(4)^2$$

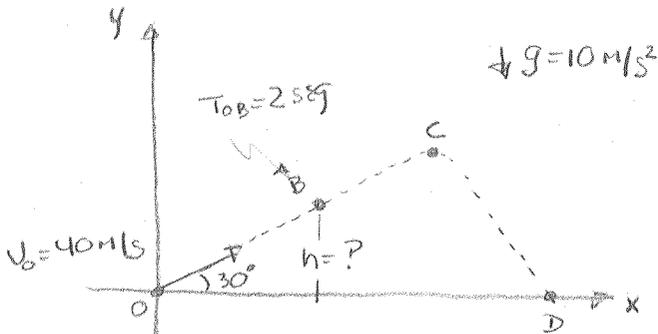
$$h = 80 \text{ m}$$

LA DISTANCIA HORIZONTAL (MRU)

$$x = v t$$

$$x = (30)(4) = 120 \text{ m}$$

6.- Se dispara un proyectil con una velocidad de 40 m/s y un ángulo de elevación de  $30^\circ$ . ¿A que altura se encuentra el objeto en el instante de  $t = 2$  segundos. (considerar el valor de la gravedad,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



COMPONENTE DE LA VELOCIDAD EN "y"

$$v_{0y} = (v_0)(\sin 30^\circ)$$

$$v_{0y} = (40)(\sin 30^\circ)$$

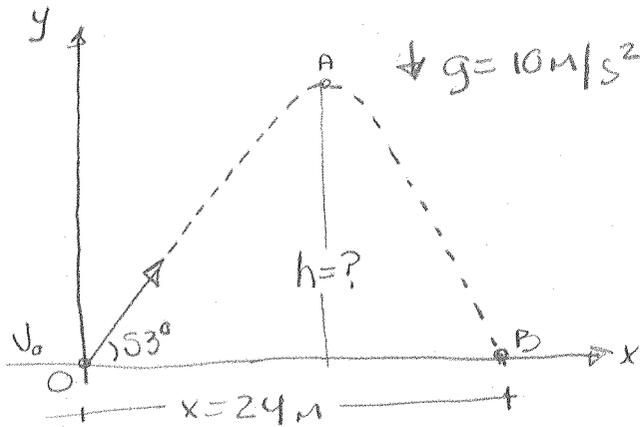
$$v_{0y} = 20 \text{ m/s}$$

Fórmula  $\rightarrow h = (v_{0y})(t) + \frac{1}{2} a (t)^2$

$$h = (20)(2) - \frac{1}{2} (10)(2)^2$$

$$h = 20 \text{ m}$$

7.- Un proyectil se dispara desde la superficie con un ángulo de  $53^\circ$  respecto a la horizontal. Si el proyectil hace impacto a 24 metros del punto de lanzamiento. Hallar la altura máxima alcanzada.



MOVIMIENTO HORIZONTAL (MRU)

$$V_{0x} = V_0 (\cos 53^\circ)$$

FÓRMULA

$$x = (V_{0x}) (T_{0B})$$

$$24 = (V_0) (\cos 53^\circ) (T_{0B})$$

$$24 = (V_0) (\cos 53^\circ) \left( \frac{V_0 \sin 53^\circ}{5} \right)$$

$$120 = (V_0)^2 (\cos 53^\circ \times \sin 53^\circ)$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{120}{0.4806}}$$

$$V_0 = 15.80 \text{ m/s}$$

$$T_{0A} = \frac{T_{0B}}{2}$$

$$V_{0y} = V_0 (\sin 53^\circ)$$

MOVIMIENTO VERTICAL  $\rightarrow (V_F = V_0 + aT)$

$$V_{Ay} = (V_{0y}) - a (T_{0A})$$

$$V_{Ay} = (V_0 \sin 53^\circ) - (10) \left( \frac{T_{0B}}{2} \right)$$

$$0 = (V_0 \sin 53^\circ) - 5 (T_{0B})$$

$$\Rightarrow T_{0B} = \frac{(V_0) (\sin 53^\circ)}{5}$$

$$T_{0B} = \frac{(15.80) (\sin 53^\circ)}{5}$$

$$T_{0B} = 2.52 \text{ seg} \quad \therefore T_{0A} = \frac{2.52}{2} = 1.26$$

$$V_{0y} = V_0 \sin 53^\circ$$

$$V_{0y} = (15.80) (\sin 53^\circ)$$

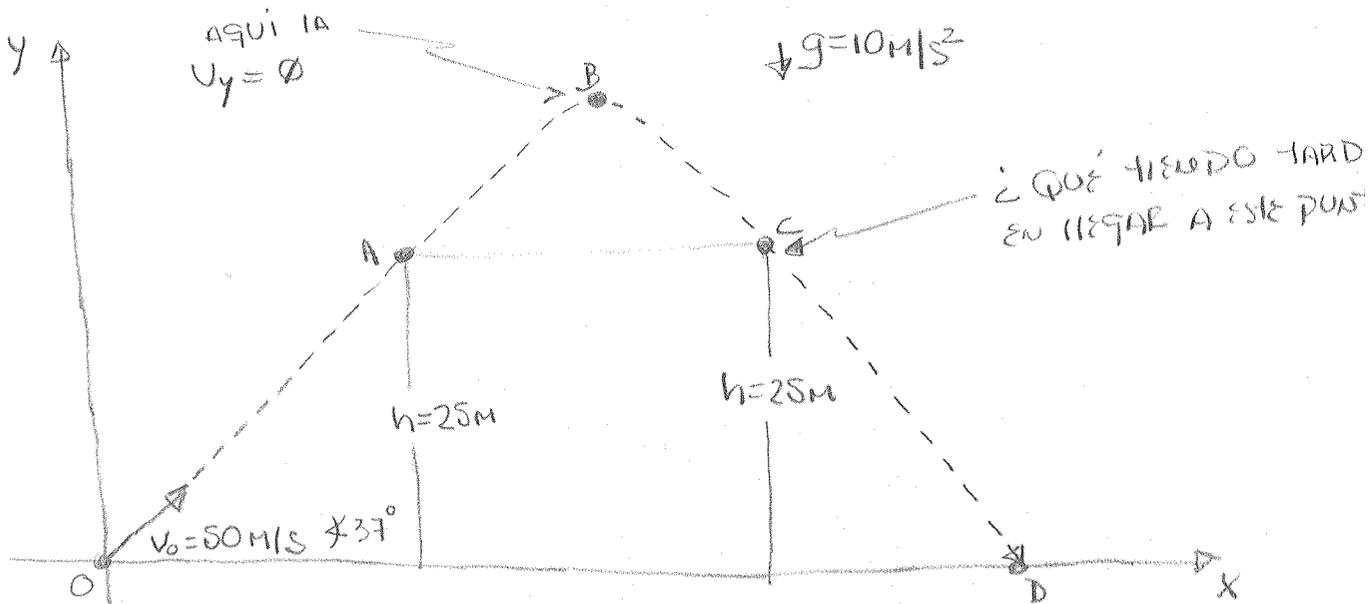
$$V_{0y} = 12.61 \text{ m/s}$$

$$h = (V_{0y}) (T_{0A}) + \frac{1}{2} a (T_{0A})^2$$

$$h = (12.61) (1.26) - \frac{1}{2} (10) (1.26)^2$$

$$h = 7.95 \text{ m} \quad \leftarrow \text{(ALTURA MÁXIMA)}$$

8.- Se dispara un proyectil con una velocidad de 50 m/s con un ángulo de 37° respecto de la horizontal. Calcular después de que tiempo se encontrará a 25 metros de la superficie por segunda vez ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).



PARA RESOLVER ESTE PROBLEMA VAMOS A ANALIZAR TRAMO POR TRAMO.

LA COMPONENTE DE LA VELOCIDAD HORIZONTAL "X" ES IGUAL A:

$$v_{0x} = v_0 (\cos \theta)$$

$$v_{0x} = (50)(\cos 37^\circ)$$

$$v_{0x} = 39.93 \text{ m/s} \blacktriangleleft$$

LA COMPONENTE DE LA VELOCIDAD VERTICAL "y" ES IGUAL A:

$$v_{0y} = v_0 (\sin \theta)$$

$$v_{0y} = (50)(\sin 37^\circ)$$

$$v_{0y} = 30.09 \text{ m/s} \blacktriangleleft$$

EL TIEMPO DEL TRAMO "O → B", LO PODEMOS CALCULAR CON

$$v_{fy} = v_{0y} + aT$$

$$0 = (30.09) - (10)(T) \rightarrow T_{OB} = \frac{30.09}{10} = 3 \text{ seg} \blacktriangleleft$$

EL TIEMPO DEL TRAMO "O → A" LO PODEMOS CALCULAR CON:

$$h = v_{0y} T_{OA} + \frac{1}{2} a (T_{OA})^2$$

$$25 = (30.09)(T_{OA}) - \frac{1}{2} (10)(T_{OA})^2$$

$$-5(T_{OA})^2 + 30.09(T_{OA}) - 25 = 0$$

DESPEJANDO  $T_{OA} = 1 \text{ y } 5$

PERO COMO EL PROYECTIL PARA ALCANZAR SU ALTURA MÁX (PUNTO "B"), TARDA 3 SEGUNDOS, ENTONCES EL  $T_{OA}$  DEBE SER MENOR, ES DECIR 1. ENTONCES CONCLUIAMOS QUE EL TIEMPO "A → B" ES DE 2 SEG.

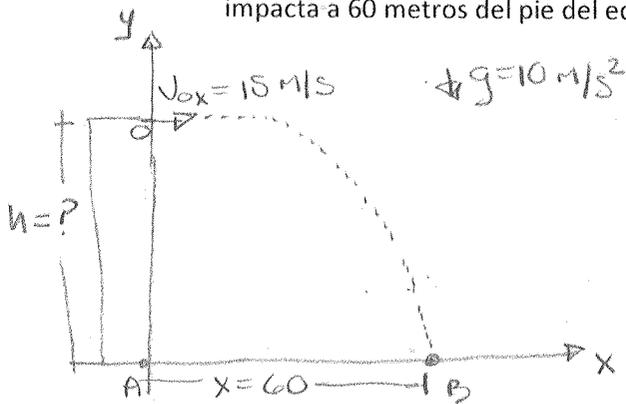
POR LO TANTO EL TIEMPO "O → C" =  $T_{OB} + T_{BC} = 3 + 2 = 5 \text{ seg} \blacktriangleleft$

$$Ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2A}$$



9.- Desde lo alto de un edificio se lanza horizontalmente un cuerpo con una rapidez de 15 m/s. Si impacta a 60 metros del pie del edificio, hallar la altura del edificio. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



ANÁLISIS VERTICAL (CAIDA LIBRE)

$$V_{0y} = 0$$

$$h = (V_{0y})(T) + \frac{1}{2} a (T)^2$$

$$h = 0 + \frac{1}{2} (10) (4)^2$$

$$h = 80 \text{ m}$$

ANÁLISIS HORIZONTAL

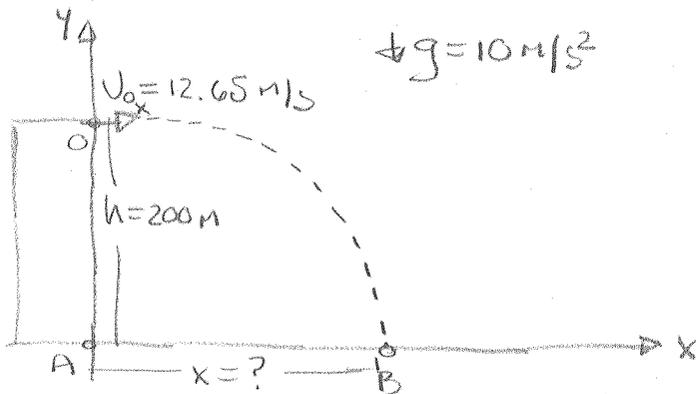
$$x = vT$$

$$x = V_{0x} (T)$$

$$60 = (15)(T)$$

$$\rightarrow T = 4 \text{ seg}$$

10.- Un cuerpo es lanzado desde la parte superior de un edificio de 200 metros de altura con velocidad horizontal de 12.65 m/s. ¿Qué distancia horizontal recorrió el cuerpo hasta el instante que choca con el suelo? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



ANÁLISIS HORIZONTAL (MRU)

$$V_{0x} = 12.65 \text{ m/s}$$

$$x = vT$$

$$x = (12.65)(6.32)$$

$$x = 79.94 \text{ m}$$

ANÁLISIS VERTICAL (CAIDA LIBRE)

$$V_{0y} = 0$$

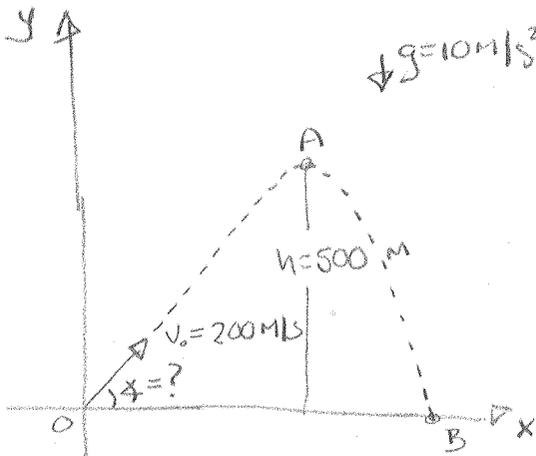
$$h = V_{0y} (T) + \frac{1}{2} a (T)^2$$

$$200 = 0 + \frac{1}{2} (10) (T)^2$$

$$\frac{200(2)}{10} = T^2 \rightarrow T = \sqrt{40}$$

$$T = 6.32 \text{ seg}$$

11.- ¿Con qué inclinación respecto a la horizontal se debe disparar un proyectil, para que alcance una altura de 500 metros si su velocidad inicial es 200 m/s? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



$g=10 \text{ m/s}^2$  ANALISIS VERTICAL:

$$V_{0y} = V_0 (\text{sen } \theta)$$

$$V_{0y} = 200 (\text{sen } \theta)$$

$$V_f^2 = V_0^2 + 2ah$$

$$(V_{Ay})^2 = (V_{0y})^2 - 2(10)(500)$$

$$0 = (V_0 \text{sen } \theta)^2 - 10000$$

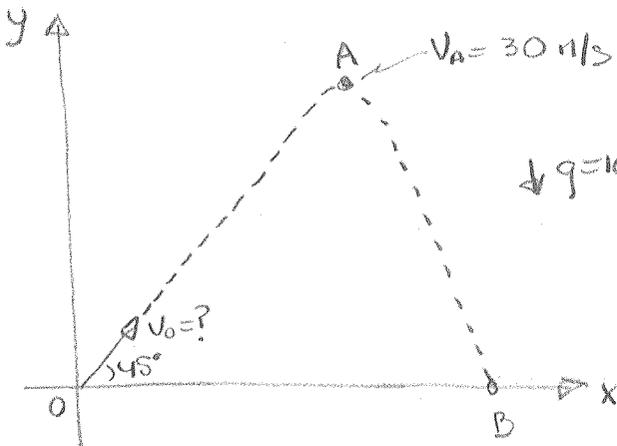
$$(\text{sen } \theta)^2 = \frac{10000}{(200)^2}$$

$$(\text{sen } \theta)^2 = 0.25$$

$$\text{sen } \theta = \sqrt{0.25}$$

$$\theta = 30^\circ \blacktriangleleft$$

12.- Desde el piso se lanza una pelota con una velocidad inicial que forma  $45^\circ$  con la horizontal. Si en el punto más alto su velocidad es 30 m/s, calcular su velocidad inicial.



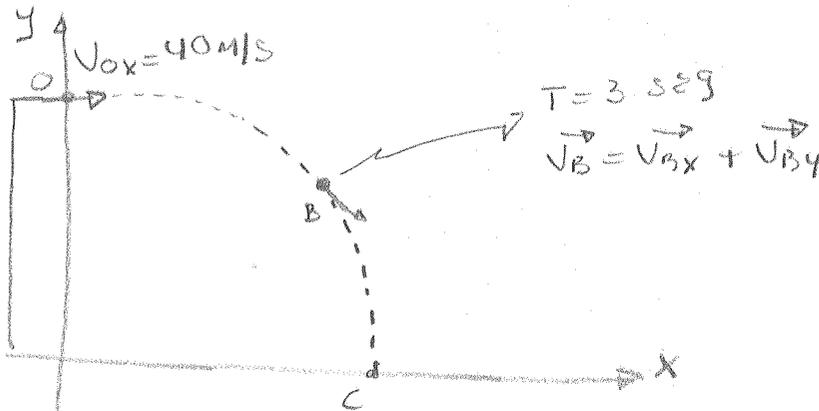
SI LA VELOCIDAD EN EL PUNTO MAS ALTO (A), ES DE 30 M/S, QUIERE DECIR QUE LA  $V_{Ax} = 30$ , YA QUE LA  $V_{Ay} = \emptyset$ .

$$V_{0x} = V_0 (\cos 45^\circ)$$

$$30 = V_0 (0.7071)$$

$$V_0 = 42.42 \text{ m/s} \blacktriangleleft$$

13.- Desde cierta altura lanzamos una piedra con una velocidad horizontal de 40 m/s. ¿Qué valor tiene su velocidad a los 3 segundos del lanzamiento? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



DEDIDO A LA CARACTERÍSTICA DEL MOVIMIENTO HORIZONTAL, LA VELOCIDAD HORIZONTAL SIEMPRE ES LA MISMA.

$$v_{0x} = v_{Bx} = 40 \text{ m/s} \leftarrow$$

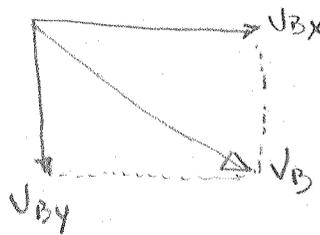
EN EL ANÁLISIS VERTICAL (CAÍDA LIBRE)

$$v_{By} = v_{0y} + g (T_{0B})$$

$$v_{By} = 0 + (10)(3)$$

$$v_{By} = 30 \text{ m/s}$$

ENTONCES AL TENER LOS DOS COMPONENTES DE LA " $v_B$ ", TANTO EN "X" COMO EN "Y", PODEMOS SACAR SU "RESULTANTE"



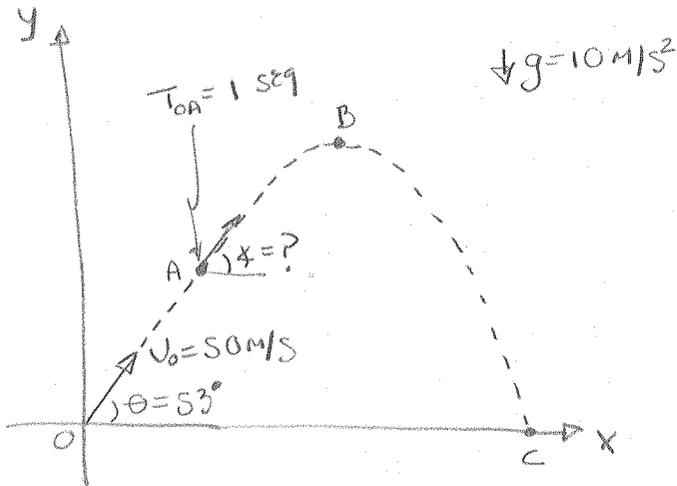
$$(v_B)^2 = (v_{Bx})^2 + (v_{By})^2$$

$$(v_B)^2 = (40)^2 + (30)^2$$

$$v_B = \sqrt{2500}$$

$$v_B = 50 \text{ m/s} \leftarrow$$

14.- Una pelota es lanzada desde el piso con una velocidad de 50 m/s de tal manera que forma 53° con la horizontal. ¿Qué ángulo forma la velocidad al cabo de 1 segundo de lanzamiento? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



ANÁLISIS MOVIMIENTO HORIZONTAL

$$V_{0x} = V_0 (\cos \theta)$$

$$V_{0x} = (50) (\cos 53^\circ)$$

$$V_{0x} = 30.09 \text{ m/s} \leftarrow$$

$$\underline{V_{0x} = V_{Ax}}$$

ANÁLISIS MOVIMIENTO VERTICAL

$$V_{0y} = V_0 (\sin \theta)$$

$$V_{0y} = (50) (\sin 53^\circ)$$

$$V_{0y} = 39.93 \text{ m/s} \leftarrow$$

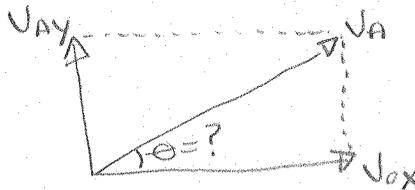
$$\boxed{\begin{aligned} V_f &= V_0 + aT \\ V_f &= V_0 - aT \end{aligned}}$$

ANÁLISIS EN EL PUNTO "A":

$$V_{Ay} = V_{0y} - aT$$

$$V_{Ay} = (39.93) - (10)(1)$$

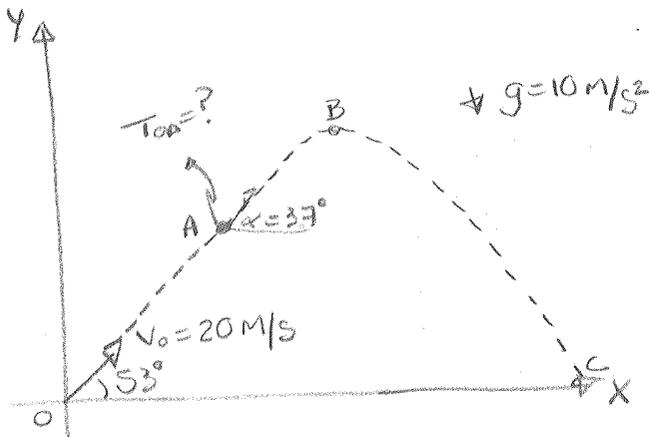
$$V_{Ay} = 29.93 \text{ m/s} \leftarrow$$



$$\tan \theta = \frac{V_{Ay}}{V_{0x}} = \frac{29.93}{30.09}$$

$$\therefore \theta = 44.84^\circ$$

15.- Una partícula se lanza con una velocidad inicial de 20 m/s, haciendo un ángulo de  $53^\circ$  con la horizontal. Hallar al cabo de que tiempo su velocidad formara un ángulo de  $37^\circ$  con la horizontal. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



ANÁLISIS HORIZONTAL.

$$V_{0x} = V_0 (\cos \theta)$$

$$V_{0x} = (20) (\cos 53^\circ)$$

$$V_{0x} = 12.03 \text{ m/s} \blacktriangleleft$$

$$\underline{V_{0x} = V_{Ax}}$$

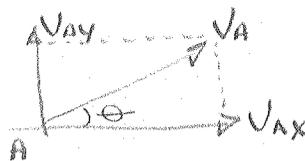
ANÁLISIS VERTICAL

$$V_{0y} = V_0 (\sin \theta)$$

$$V_{0y} = (20) (\sin 53^\circ)$$

$$V_{0y} = 15.97 \text{ m/s} \blacktriangleleft$$

ANÁLISIS EN EL PUNTO A:



$$\tan \theta = \frac{V_{Ay}}{V_{Ax}}$$

$$\tan 37^\circ = \frac{V_{Ay}}{12.03}$$

$$\rightarrow V_{Ay} = 9.06 \text{ m/s}$$

$$\boxed{V_f = V_0 - aT}$$

$$V_{Ay} = V_{0y} - aT$$

$$9.06 = 15.97 - (10)(T_{0A})$$

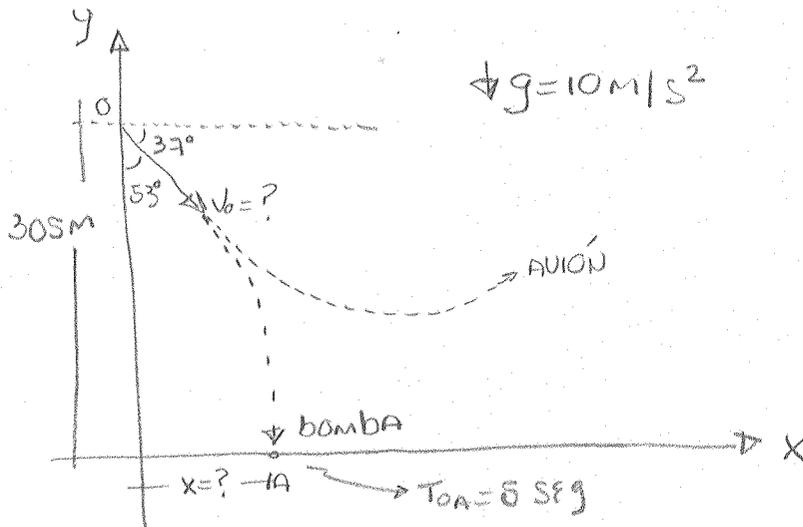
$$\rightarrow T_{0A} = 0.691 \text{ seg} \blacktriangleleft$$



16.- Un avión desciende en picada con un ángulo de  $53^\circ$  respecto a la vertical, y deja caer una bomba desde una altura de 305 metros. Si la bomba impacta en el suelo luego de 5 segundos después de soltarla,

- a) ¿Cuál es la velocidad del bombardero en el instante en que se suelta la bomba?
- b) ¿A qué distancia horizontal caerá la bomba desde el momento en que fue lanzada hasta el momento en que impactó con el suelo?

(Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



ANÁLISIS HORIZONTAL

$$V_{0x} = V_0 \cos \theta$$

$$V_{0x} = V_0 \cos 37^\circ$$

$$V_{0x} = (60)(\cos 37^\circ)$$

$$V_{0x} = 47.9 \text{ m/s} \blacktriangleleft$$

ENTONCES POR MRU

$$x = V T$$

$$x = (V_{0x})(T_{OA})$$

$$x = (47.9)(5) = 239.5 \text{ m} \blacktriangleleft$$

ANÁLISIS VERTICAL

$$V_{0y} = V_0 \sin \theta$$

$$V_{0y} = V_0 \sin 37^\circ$$

$$h = V_{0y}(T_{OA}) + \frac{1}{2} a (T_{OA})^2$$

$$305 = (V_0 \sin 37^\circ)(5) + \frac{1}{2}(10)(5)^2$$

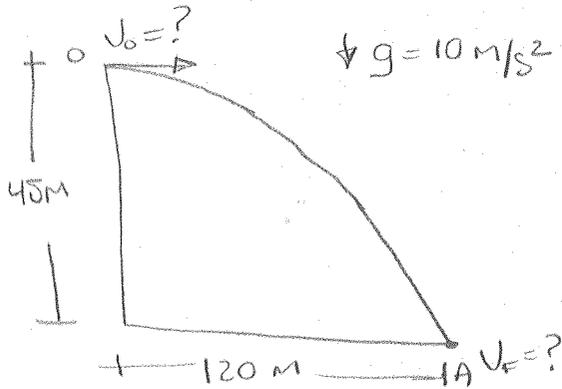
$$305 = 3 V_0 + 125$$

$$V_0 = \frac{305 - 125}{3}$$

$$V_0 = 60 \text{ m/s} \blacktriangleleft$$

17.- En la gráfica mostrada vemos el lanzamiento de forma horizontal de una piedra, determine:

- La magnitud de la velocidad inicial.
- La magnitud con que la piedra impactó con el suelo
- El tiempo que duró la piedra en llegar al suelo



ANÁLISIS HORIZONTAL

$$V_0 = V_{0x}$$

POR MRU  $\rightarrow$   $x = v t$

$$120 = (V_0)(T_{ca})$$

$$V_0 = \frac{120}{T_{ca}}$$

$$V_0 = \frac{120}{3}$$

a)  $V_0 = 40 \text{ m/s}$

ANÁLISIS VERTICAL

$$V_{0y} = \emptyset$$

$$(V_{fy})^2 = (V_{0y})^2 + 2gh$$

$$(V_{fy})^2 = 2(10)(45)$$

$$V_{fy} = \sqrt{900}$$

b)  $V_{fy} = 30 \text{ m/s}$

$$h = (V_{0y})(T_{ca}) + \frac{1}{2}g(T_{ca})^2$$

$$45 = 0 + \frac{1}{2}(10)(T_{ca})^2$$

$$T_{ca} = \sqrt{9}$$

c)  $T_{ca} = 3 \text{ s}$